

IX - "I FOLLETTI FRAZIONARI"

Mentre i folletti riposavano, Mago Um prese a

riflettere sul modo migliore di risolvere il nuovo problema, ed ecco i pensieri che si affollarono nella sua mente: "Può sembrare assurdo, ma i miei infiniti figli non mi bastano. E' chiaro che, per rendere sempre possibili i giochi inversi e quello della palla, ho bisogno di altri figli che vadano ad occupare gli spazi vuoti tra un folletto e l'altro. Ma, come fare?

Pensa che ti ripensa e pensa un altro po', ecco che Mago Um giunse a questa complicata soluzione:

"Devo creare una quantità di folletti molto più numerosi di quelli già esistenti, che già sono infiniti (come si farà, poi, a pensare a una quantità che sia "maggiore" di una quantità infinita??!...Mah!?).

...E devo crearli di una specie diversa, perché devono essere capaci di occupare ogni punto della semiretta, in modo che, dovunque cada la palla, ci sia sempre qualcuno pronto a prenderla.

...Certo che, se questa nuova specie di folletti dovrà occupare ogni punto della semiretta, una parte infinita di essi dovrà poter occupare anche i posti attualmente occupati dai folletti già esistenti...

Questo vuol dire che una "parte infinita" (Mamma mia, che controsenso!) di nuovi folletti dovrà avere lo stesso valore, e quindi lo stesso numero di pallini, degli infiniti folletti che ho già creato, in modo da poterli sostituire all'occorrenza: ciascuno di costoro sarà gemello di un folletto naturale" (Ecco un'altra stranezza: dei gemelli che non nascono durante lo stesso parto!).



Detto fatto, grazie ad un'altra magia, dal cervello di Mago Um uscirono infiniti nuovi folletti, che egli chiamò **"NUMERI FRAZIONARI"** perché erano *formati di parti uguali*.

Invece, i **"numeri naturali"** già esistenti erano tutti **"INTERI"**, cioè *formati di una o più unità*.

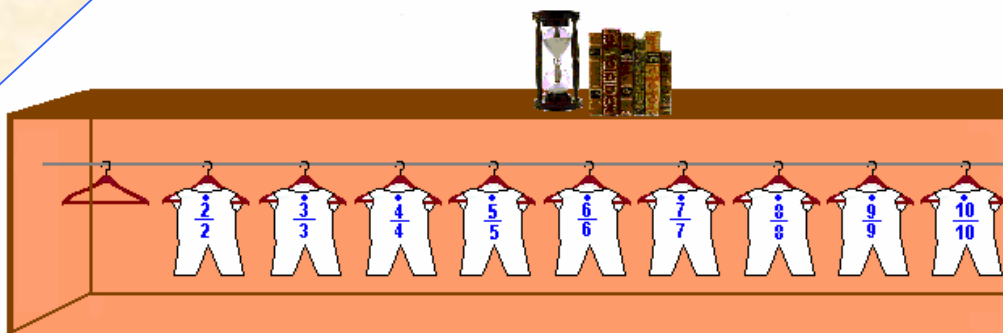
Il giorno del battesimo, ogni numero frazionario ricevette non uno, ma infiniti abiti, fatti con stoffa di varia pesantezza, da indossare secondo le esigenze del clima. Pensate come dovevano essere... infinitamente grandi gli armadi di questi nuovi folletti, e come dovevano essere invidiosi i numeri naturali che, invece, avevano un solo abito e, quando esso si sporcava, dovevano lavarlo e farlo asciugare senza nemmeno toglierselo di dosso.

Su ogni abito dei numeri frazionari c'era stampata quella che Mago Um chiamò una **"FRAZIONE"**, scritta adoperando due numeri naturali, posti uno al di sopra, il **"NUMERATORE"**, e uno al di sotto, il **"DENOMINATORE"**, di una breve linea orizzontale, la **"LINEA DI FRAZIONE"**.

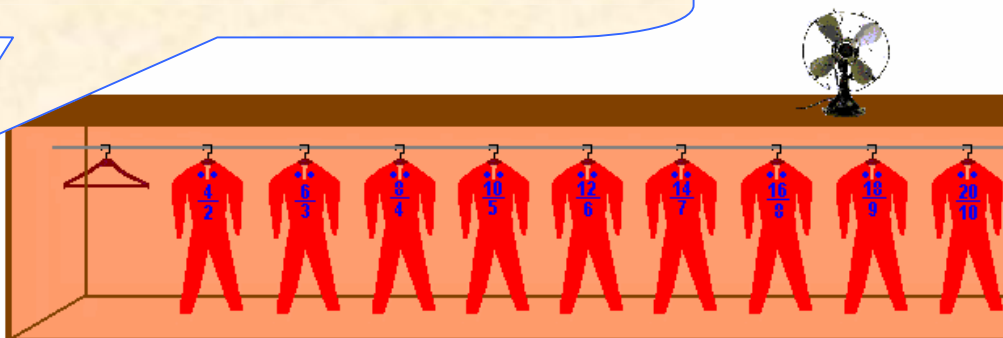
Infiniti frazionari, gemelli dei naturali (anche se erano nati dopo di loro), erano formati da **parti uguali alle unità ed uguagliavano perfettamente il valore di un numero naturale intero**: furono chiamati **"frazioni apparenti"**.

Ecco, per esempio, l'inizio degli armadi infiniti di alcuni di questi nuovi nati:

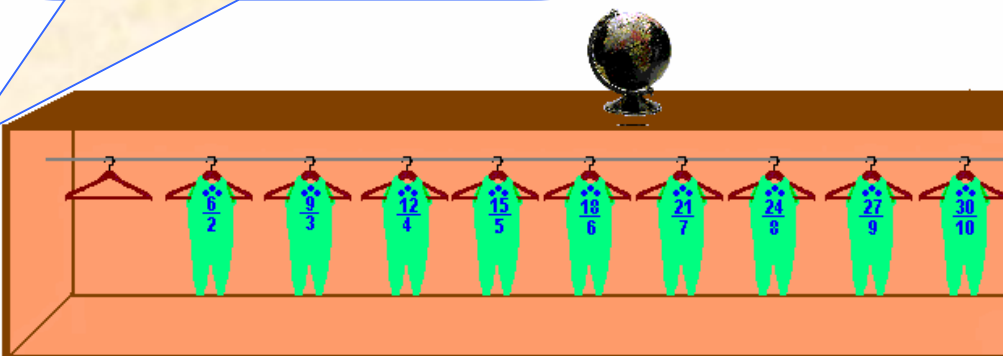
Io sono il gemello di **Uno** e posso prendere il suo posto sulla semiretta, indossando uno qualsiasi dei miei vestiti !



Io, invece, posso sostituire **Due**... Sono il suo gemello e, come voi, sono formato di parti uguali alle unità !



... Ed io sono il gemello di **Tre** !
...Eh! Eh! Eh! Siamo "INTERI" come i "naturali", noi !



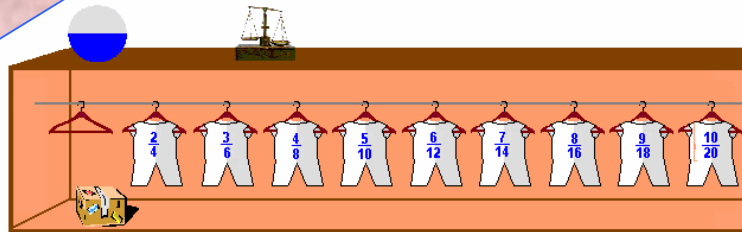
Erano "**apparenti**" anche altri frazionari non gemelli dei naturali. Anch'essi **uguagliavano il valore di un numero naturale intero**, ma erano formati da **parti più piccole di una unità**.



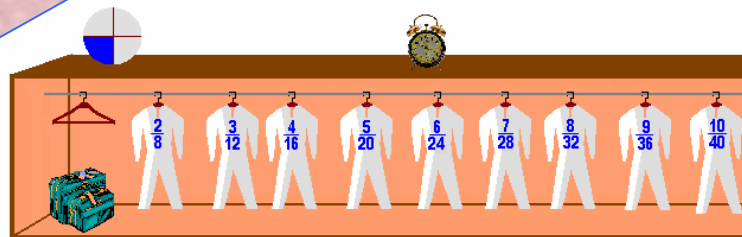
Tutte le "**frazioni apparenti**" avevano una particolare caratteristica: il **numeratore** era **uguale o multiplo del denominatore**.

I frazionari destinati ad inserirsi nello spazio vuoto tra **Zero** e **Uno** erano formati da **parti più piccole di una unità e non raggiungevano il valore di una unità**: furono definiti "**frazioni proprie**".

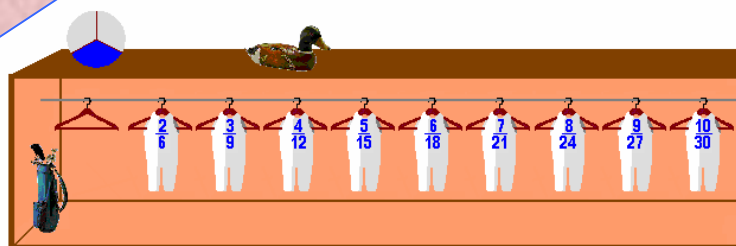
Io non ho gemelli! Il mio posto sulla semiretta è a metà tra **Zero** e **Uno**.



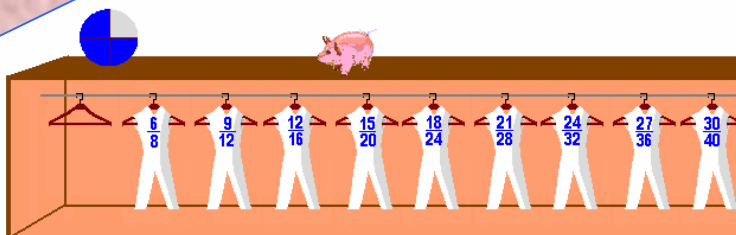
Neanch'io ho gemelli, caro Un Mezzo, e il mio posto è a metà fra **Zero** e te!



Anch'io sono un'unità frazionaria come voi, e il mio posto è fra te, Un Quarto, e te, Un Mezzo, ma più vicino a Un Quarto!

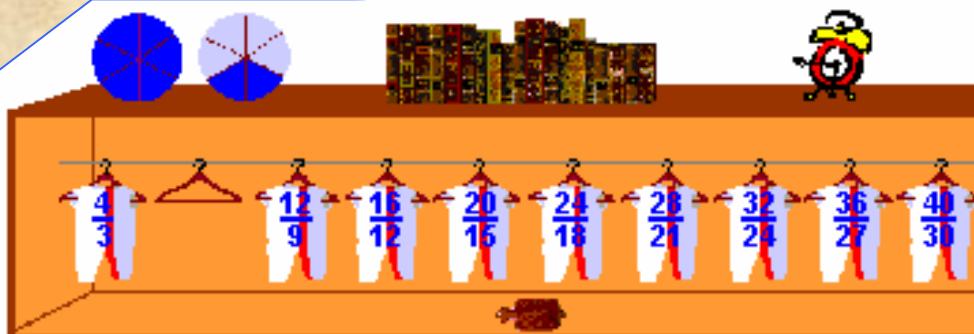


Io non sono un'unità frazionaria, però sono una **frazione propria** come voi e sto a metà fra Un Mezzo e **Uno**!

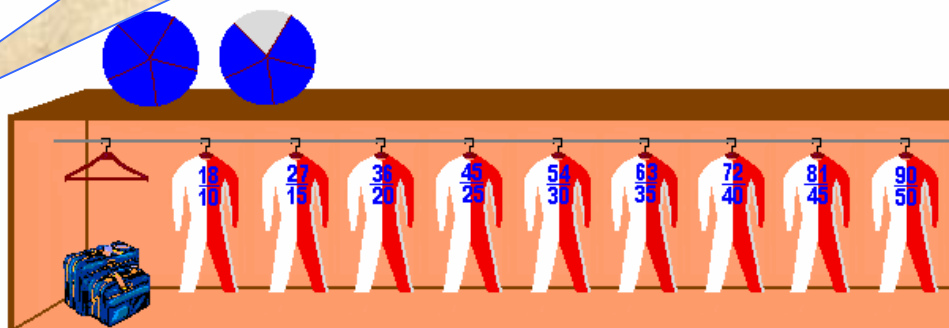


La grande maggioranza degli altri frazionari, quelli destinati ad occupare lo spazio vuoto sulla semiretta tra ogni altro folletto naturale e il successivo (tra **Uno** e **Due**; tra **Due** e **Tre**, ecc.), erano ugualmente formati da *parti più piccole di una unità, ma in numero tale da avere un valore superiore ad una unità*: furono detti "**frazioni improprie**"

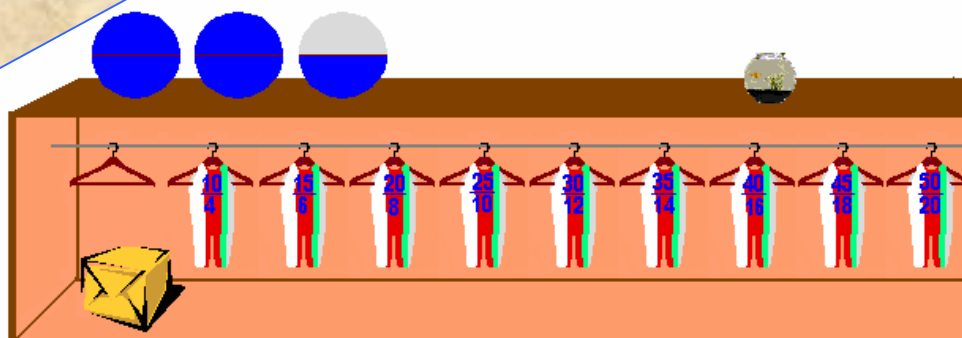
Noi siamo frazioni improprie e abbiamo maggior valore di quelle proprie!... Il mio posto è fra **Uno** e **Due**, ma più vicino a **Uno**.



Anch'io sto fra **Uno** e **Due**, ma più vicino a **Due**



I miei termini sono minori dei vostri, ma sono maggiore di voi!...Infatti, sto fra **Due** e **Tre**.



Per chiamare un determinato folletto frazionario, il Mago poteva servirsi di una qualunque delle frazioni scritte sugli infiniti abiti di quel folletto. Questo fu un altro motivo di invidia da parte dei numeri naturali, che, invece, avevano ciascuno un solo nome.

Qualcuno potrebbe pensare che fosse difficile per il Mago conoscere tutti gli infiniti nomi di ciascun numero razionale. Invece non lo era affatto, perché il mago aveva escogitato un trucco veramente geniale: le frazioni con cui chiamare uno stesso folletto avevano una caratteristica inconfondibile: si passava dall'una all'altra moltiplicando o (se possibile) dividendo sia il numeratore sia il denominatore per uno stesso numero. Questa **PROPRIETÀ** delle frazioni fu chiamata dal Mago "**INVARIANTIVA**", perché il valore della frazione restava invariato.

Riflettendo sulla proprietà invariantiva delle frazioni, Mago Um notò che la stessa proprietà valeva anche per le divisioni, e non tardò molto a rendersi conto che le frazioni altro non erano che delle **divisioni non eseguite**, in cui **IL NUMERATORE ERA IL DIVIDENDO** e **IL DENOMINATORE ERA IL DIVISORE**.

Io sono una
divisione non eseguita!



Allora, tanto vale che
veniamo noi al tuo
posto!... Io faccio il
dividendo !



...Io il
divisore !



Ed io il **quoto** !
E' più preciso
così, no ?!!





Ma, allora,
io... Sono
inutile???

Se io faccio
il dividendo...

...Ed io
il
divisore...

...Arrivo io a fare il
quoto!...Meglio così
che con una frazione,
non vi pare??!

10

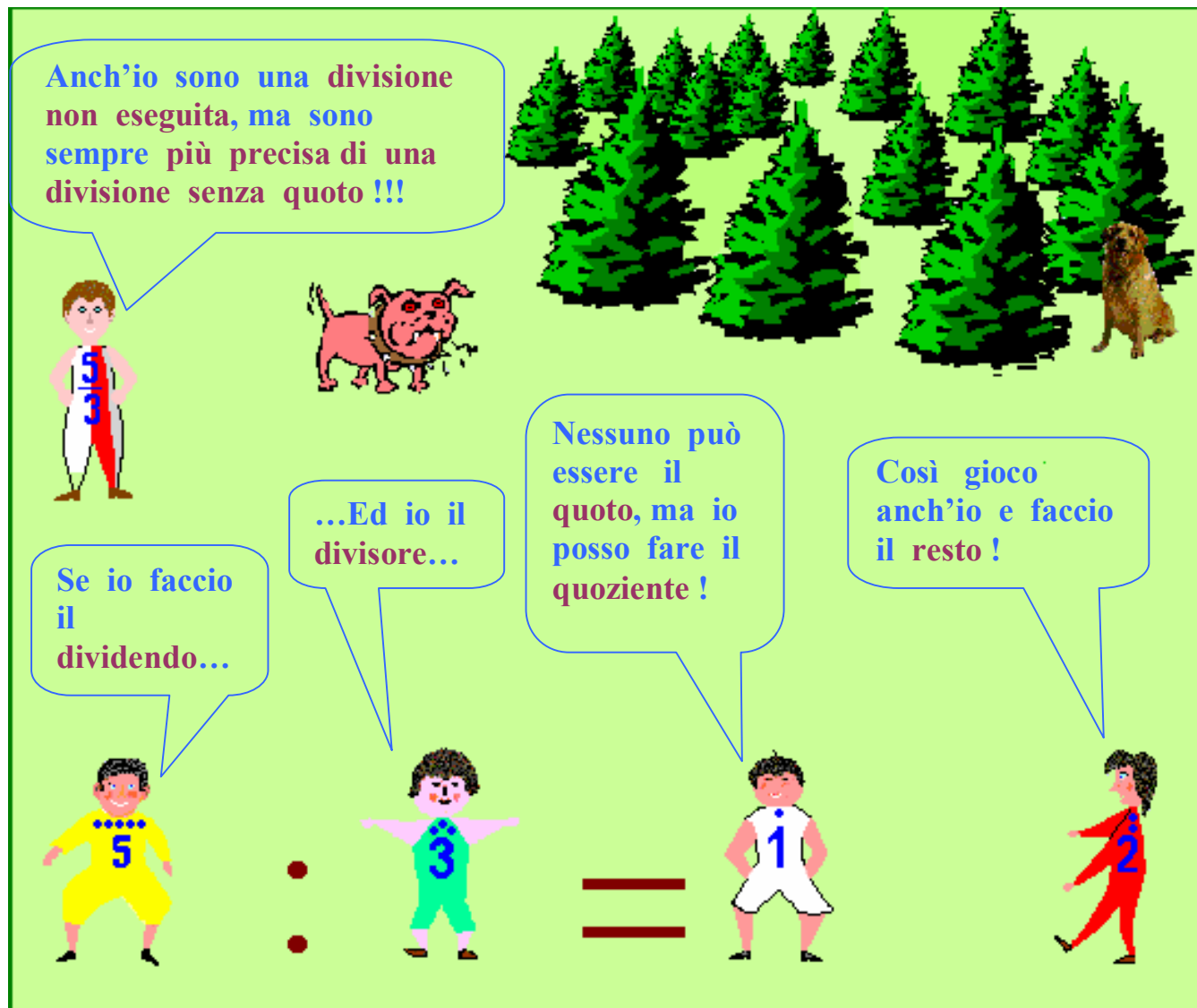
5

2

Tutte le frazioni che avevano **Zero** al numeratore e un qualsiasi denominatore diverso da **Zero** avevano lo stesso valore: **Zero**.



Restava però il fatto che per moltissime di quelle divisioni non c'era nessun folletto naturale che potesse fare da **quoto**: c'era solo la possibilità di avere un **quoziente** e un **resto**.



Che bello!... Anch'io
posso rappresentare con
precisione una **divisione**
senza **quoto !!!**



Che ce ne importa?...
Noi la eseguiamo
ugualmente !



Sì!... Mi piace
fare il
quoziente !



...E a me
fare il **resto !**



Il solito **Zero** era sempre protagonista di casi particolari.

